Opstellen en oplossen van een bewegingsvergelijking

Opstellen

1. Maak een tekening van alle krachten.
2. Alle krachten moeten in dezelfde (of tegenovergestelde) richting liggen, of loodrecht op elkaar staan. Als dit niet zo is, ontbind dan een of meer krachten in loodrechte factoren.
3. Voor iedere richting waarin er sprake is van een nettokracht, stel je een bewegingsvergelijking op. Hiertoe vul je de som van alle (in die richting) krachten in in de formule $F = m \cdot a$. Let op het teken van de krachten: als een kracht tegengesteld gericht is aan de snelheid of aan de uitwijking, komt er een minteken voor. Voor constante krachten (zoals zwaartekracht) moet je kiezen wat de positieve richting is (zet die met een pijltje in je tekening), waar je je de rest van de som (met name bij beginsnelheden en beginposities) aan houdt.
4. Als er geen x in je bewegingsvergelijking voorkomt, druk hem dan uit in v, m.b.v. $a=\frac{dv}{dt}$.
5. Druk je bewegingsvergelijking uit in x, m.b.v. de substituties $a=\frac{d^2x}{dt^2}$ en $v=\frac{dx}{dt}$.
6. Haal dingen naar een andere kant en deel eventueel door de massa, zodat je de standaardvormen $\frac{d^{2x}}{dt^2}+A\frac{dx}{dt}+Bx=C$ en/of $\frac{dv}{dt}+Av=C$ krijgt.

Oplossen

- Los zo mogelijk (als je er een mooie vergelijking voor hebt) eerst de snelheid op. De plaats kun je dan oplossen door te integreren (vergeet niet een constante te introduceren bij het integreren).
- Als er alleen maar sprake is van zwaartekracht / constante aandrijving, en geen A of B, vind je de snelheid door te integreren, in alle andere gevallen met de standaardoplossing.
- Los eerst de *homogene* vergelijking op, d.w.z. de vergelijking waarbij C = 0. Kijk in de onderstaande tabel voor standaardoplossingen. Differentieer de formule in de kolom 'Vul in' en vul hem in in je bewegingsvergelijking, om achter de juiste waarde voor r of ω te komen.

Bew. vergelijking	*Bijzonderheid*	*Vul in*	*Oplossing*
$\frac{dv}{dt}+Av=0$		$v(t)=e^{rt}$, één oplossing voor r	$v(t)=C_1\cdot e^{rt}$
$\frac{d^{2x}}{dt^2}+Bx=0$	geen wrijving		$x(t)=C_1\cdot\cos(\sqrt{B}\,t+\varphi)$
$\frac{d^{2x}}{dt^2}+A\frac{dx}{dt}+Bx=0$		$x(t)=e^{i\omega t}$, twee oplossingen voor ω	$x(t)=C_1\cdot e^{i\omega_{1t}}+C_2\cdot e^{i\omega_{2t}}$
$\frac{d^{2x}}{dt^2}+A\frac{dx}{dt}+Bx=0$	kritisch gedempt	$x(t)=e^{i\omega t}$, je vindt 2x dezelfde oplossing voor ω	$x(t)=C_1\cdot e^{i\omega t}+C_{2t}e^{i\omega t}$ ω imaginair, dus $i\omega$ reëel

- Als er ook nog een constante C in het spel is, probeer dan de de particuliere oplossing *x(t) = D* (of *v(t) = D*). Weer invullen en D oplossen.
- De algemene oplossing is de som van de homogene en de particuliere oplossing.
- Bij een complexe e-macht leidt het reële deel van de exponent tot een gewone e-macht, het imaginaire deel tot een cosinus en een sinus (samen een cosinus met een fasedraai). Als $x(t)=e^{(a+ib)t}$ een oplossing is, is de algemene reële oplossing: $x(t)=C_1e^{at}\cos(bt+\varphi)$.
- Vergeet niet de randvoorwaarden in te vullen en zo de constanten op te lossen!

Wanneer kun je behoudswetten gebruiken i.p.v. een bewegingsvergelijking?

- Als er geen wrijving is.
- Als er gevraagd wordt naar het hoogste / laagste punt, of naar de snelheid op een bepaald punt.
- Als niet gevraagd wordt naar het specifieke tijdstip waarop iets gebeurt.